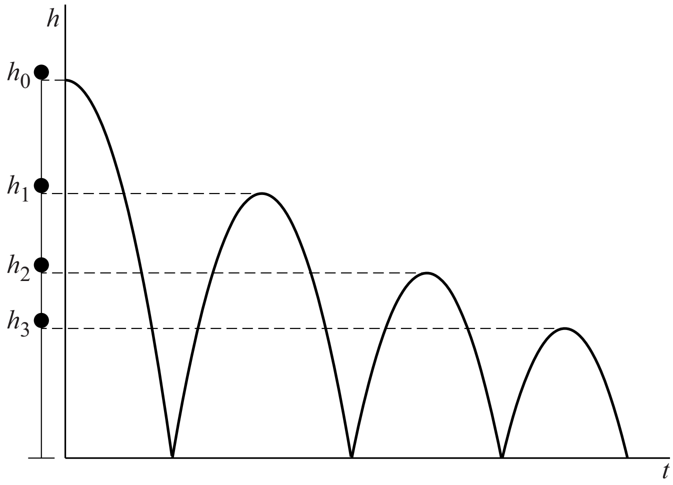
Stuiterende bal

Een bal wordt vanaf een bepaalde hoogte boven een vloer losgelaten en begint vervolgens te stuiteren. In deze opgave bekijken we een wiskundig model van deze situatie.

Op het moment van loslaten bevindt de onderkant van de bal zich h_0 meter boven de vloer. De maximale hoogte van de onderkant van de bal tussen twee keer stuiteren noemen we de **stuithoogte**. De stuithoogte na de eerste keer stuiteren noemen we h_1, die na de tweede keer stuiteren h_2, enzovoorts.

Aan de linkerkant van figuur 1 is de bal getekend op verschillende stuithoogtes. Rechts daarvan is de hoogte h van de stuiterende bal (in meters) uitgezet tegen de tijd t (in seconden).

figuur 1



In deze opgave gaan we ervan uit dat de verhouding tussen twee opeenvolgende stuithoogtes constant is, dus $h_1 : h_0$ is gelijk aan $h_2 : h_1$, enzovoorts. Deze verhouding noemen we a. Voor de stuithoogte na n keer stuiteren geldt dan:

$$h_n = h_0 \cdot a^n$$

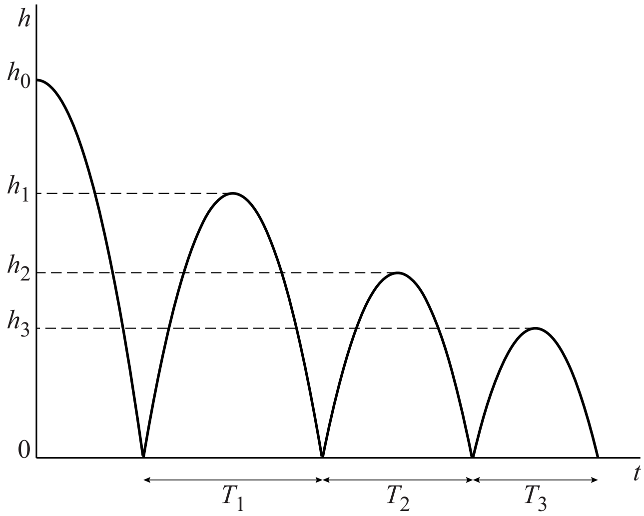
De waarde van a hangt af van het soort bal.

3p **8** Bereken de waarde van a voor een bal waarvan na 7 keer stuiteren de stuithoogte 5 keer zo klein is als de hoogte waarop de bal is losgelaten. Geef het antwoord in twee decimalen nauwkeurig.

De hoogte van de onderkant van de bal tussen twee opeenvolgende keren stuiteren is een functie van de tijd. De grafiek van deze functie is een bergparabool.

De tijd in seconden tussen de n-de en de $(n+1)$-ste keer stuiteren noemen we de **stuittijd** T_n. In figuur 2 zijn drie stuittijden aangegeven.

figuur 2



De stuittijd T_n kan worden uitgedrukt in de stuithoogte h_n.

Er geldt:

$$T_n = 2 \cdot \sqrt{\frac{h_n}{4{,}9}}$$

Een bal wordt losgelaten vanaf hoogte h_0. De stuittijd T_1 is 1,11 seconden en de stuittijd T_4 is 0,68 seconden.

5p **9** Bereken h_0. Geef je antwoord in decimeters nauwkeurig.